Zoom
＋
Google classroom(zowa5am)
13:00-14:30

電磁波工学

その１
Introduction

米田仁紀

この授業の形態

- 講義
- Webに資料は随時アップします。

  http://130.153.147.120/EM_wave_lec/
- 途中で確認演習が入ります。
- 最後は試験になります。

  （講義ノートは持ち込み可）
- 再履修の4年生は、頑張って単位をとらないと卒業できませんので注意

昨年度の期末試験

電磁波工学 2018　期末試験問題

（授業 PDF のプリントアウト、ノートは持ち込み可、その他教科書などは不可。

また、電子デバイスの使用は不可です。配点は１問完答で２０点です。）

1．Maxwell の方程式における変位電流の項$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$は、電磁波の伝播にとって重要の項となっています。一方、電線の周りにできる磁場を表わすなどのアンペールの法則では、$\mathrm{rot}\vec{H}=\vec{j}$となっていて、変位電流の項が入っていません。このアンペールの法則に足らない部分があることは $\mathrm{rot}\vec{H}=\vec{j}$の両辺の divergence をとることで、明らかになるとされていますが、実際にベクトル演算に行って、どこにおかしな点がでるか説明してみなさい。

2．漁師の人が船の上から海の魚の存在を見る時に、そのままでは海面の反射があって見えないものが、ある眼鏡をかけることで、水面下も見えるようになるといわれています。このことを偏光反射率を用いて説明しなさい。

3．スネルの法則$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$では、一般に透明物質の場合、屈折率 n 及び角度 θ は実数となります。ところが、$n_1 > n_2$で$\frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1 > 1$の全反射条件の場合、$\sin\theta_2 > 1$となって、しまいます。この場合、$\theta_2$はもはや実数ではなくなりますが、この複素数の実部と虚部はどのような意味を持つのか、説明しなさい。

4．一般に金属に直線偏光を 45 度入射すると反射して出てくる光は楕円偏光になるといわれています。

（１）　この理由を説明しなさい。

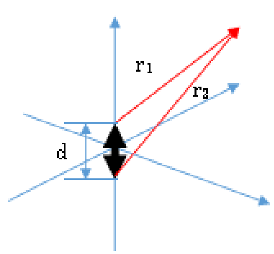
（２）　直線偏光を入れて、直線偏光が保たれる場合もありますが、、それはどのような入射光条件になっているのか、説明しなさい。

5．複屈折性の高い方解石を用い、偏光プリズムは作られることが多いですが、その偏光を区別する手法を２つ述べなさい。

6．静電界のような近接ではなく遠方まで達する電磁波の発生には、遅延時間の考えが鍵となると言われています。このことを電荷が移動しているモデルでなぜ遅れ時間が生み出すのかを説明しなさい。(注：ただ式を列挙させてもだめです。)

7．Lienard WiechertP otential の式は、$\Psi(r,t)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R(t_0)}\frac{1}{1-\beta(t_0)n(t_0)}$で書きあらわせます。ここで、$\beta=\frac{v}{c}$と速度に関する項が含まれています。これを用いて、加速度を受けている荷電粒子が電磁波を放出することを説明しなさい。(注：ただ式を列挙させてもだめです。)

8．双極子のような小さな電流素で、放射を考える場合、観測点から光源部の各点までの距離が波長以上に違うと、角度によってその放射の強弱がついてしまうことが考えられる。右図を参考に、電流素の長さ d が波長の 2 倍ある場合、どのような放射パターンになるか、説明しなさい。



9．電磁波の方程式は、数値計算により解かれることも多い。その場合、Maxwell 方程式などの微分方程式は、差分化されて解くことになる。

この差分化では、微分の定義(すなわち$\frac{df(x)}{dx}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$)と同様な式が用いられる。このことを用いて、

Maxwell 方程式の TE モードで出てくる条件で、$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$を差分表記で表しなさい。時間ステップは Δ t とし、伝播方向を z ととして導波路のように E_z=0、3 次元空間での方程式のために、式は x, y, z 成分について 1 つずつ出てくることになる。

１０．　導波路の遮断周波数を考える。今、単一方向にスリットのような縦に非常に細長い断面があるとする。この場合、遮断周波数での電磁波の波長と横方向のスリット幅にはどの様な関係があるか、説明しなさい。

１１．　導波路の損失を考える場合、9.5mm 直径の同軸ケーブルを使うと、1MHz で 2dB/km 出会った損失が、100GHz では、10db/km まで増加し、使用する電磁波の周波数が高くなると損失が大きくなる。この理由を答えよ。また、なぜ、光ファイバーはけた違いに高い周波数になるのに、損失が小さくなるのかを答えなさい。

１２．　今、良導体金属で作った、10cm ×10cm ×10cm の箱があった時、この箱に共鳴する最も低周波の電磁波は、周波数がいくつになるか、答えなさい。

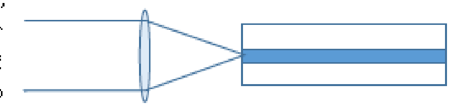
１３．　共振器では、その共鳴する電磁波を外部から入射した場合、内部での電場強度が外部での強度よりけた違いに高くなることがある。この理由を説明しなさい。

１４．　ある分光器で発光のスペクトルを観測したら、500nm の波長でスペクトルの線幅が 0.05nm であった。フーリエの関係を考えた場合、この光の実効持続時間はいくつになるか？また、中心波長が 50nm で線幅が 0.05nm の場合は、どうなるか計算しなさい。

１５．　ABCD 行列による光線追跡法を用いる。今、光軸上の点から出た光が、第一レンズ（距離 10cm、焦点距離 20cm)、第２レンズ（第一レンズからの距離 20cm、焦点距離 10cm）を通ったあとに、どのくらい距離があれば、１点に集光するか求めなさい。

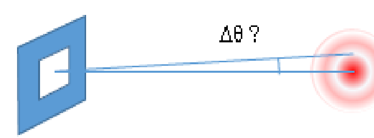
１６．　光の共振器で、曲率半径が 10cm の鏡を 10cm 離して設置した場合、曲率半径が 10cm の鏡を 5cm の距離に置いた場合で、内部に共振した光はどのような光線で表されるかを図示しなさい。

１７．　ある光ファイバーにレーザー光を入射しようとしています。平行にコリメートされたレーザーに対し、焦点距離が 5mm, 10mm, 15mm, 20mm のレンズを使って入射したところ、もっともよく通るようにアライメントした時に、出射した光の強度は、10mm, 15mm の時が同様に強く、5mm, 20mm の時が少し弱くなりました。この理由を説明しなさい。また、最も効率よく入射するには、焦点距離いくつのレンズが良いと思うか、答えなさい。

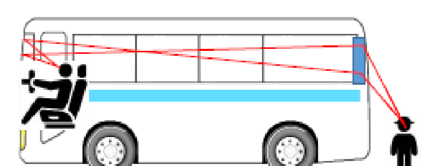


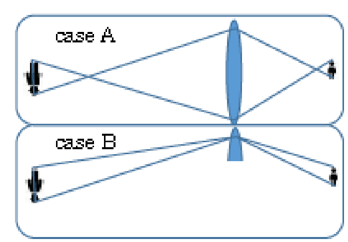
１８．　平面波が半平面の衝立に当たった場合、その下流側で縞のような構造が見えます。この時、この縞の間隔が変化する理由を述べなさい。

１９．　一辺が１cm の正方形の開口部に、平行な波長 0.5 μm のレーザー光を均一に照射したときに、遠方では中心に丸いパターンが出てきて、その横に強度 0 の部分が出てきます。この輪は、中心からの角度でどのくらい離れていると思われるか、計算しなさい。



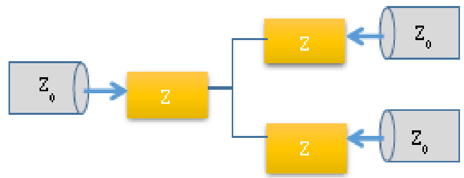
２０．　フレネルゾーンプレートの１つの応用に、バスなどの大型車両での後方視野の確保があげられます。右図のような形になっている時に、使用されるフレネルゾーンプレートは、どのような形でどのような輪帯の幅になると思うか答えなさい。





ヒント：左のように、レンズは Case A でもそのレンズの一部を使った像転送 Case B でも同じ位置に像が出ます。

２１．　高周波回路において、反射を起こさないようにすることは、重要な設計指針になります。今、右図のように $Z_0 = 75\Omega$ のケーブルを２つに分岐しようとした場合、間に対称にＺのインピーダンスを挿入したとします。どこからの電磁波も反射を起こさないようにするためには、Ｚをどのようにとればいいか、答えなさい。（ヒント、１つのケーブルから他を見れば、並列回路に見えるはずです。）



２２．　50Ω のケーブルを 200Ω のインピーダンス線路に接続しようとした場合、反射率を 20%以下にするためには、どのようにすればいいか、定量的に答えなさい。

２３．　ある結晶に１ μm の波長のレーザーを入射したところ、45 度の方向に 1THz の光が出て、それ以外に別の光がある方向に出射していきました。位相整合を考えると、出てきた別の光は、どの方向に波長いくつの光が出てきたことになるか、計算しなさい。

２４．　時間領域分光では、観測された電磁波の電場の時間波形をフーリエ変換することで、スペクトルを導き出します。この電場観測には、干渉計を用いて１つの光を２つの遅延時間を持った波にし、その重ね合わせを観測する手法が用いられます。最大光路差を 10cm として、観測する光の波長を 500nm とすると、この分解能はどのくらいになるか、計算しなさい。

２５．　微分方程式 $\frac{dy}{dt} = y^3$ を初期条件 $y(0) = 1$ として数値的に t=0 から解き、時間 t の１ステップを２として Runge-Kutta 法で計算しようとする。その時以下の表を完成させなさい。

$$k_1 = f(x_0, y_0)h$$

$$k_2 = f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_1}{2}\right)h$$

$$k_3 = f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_2}{2}\right)h$$

$$k_4 = f(x_0 + h, y_0 + k_3)h$$

$$k = \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

t	y	f=dy/dx	h	ki(i=1~4)	k
0	1	1	2	k_1=	
				k_2=	
				k_3=	
				k_4=	
2				k_1=	
				k_2=	
				k_3=	
				k_4=	

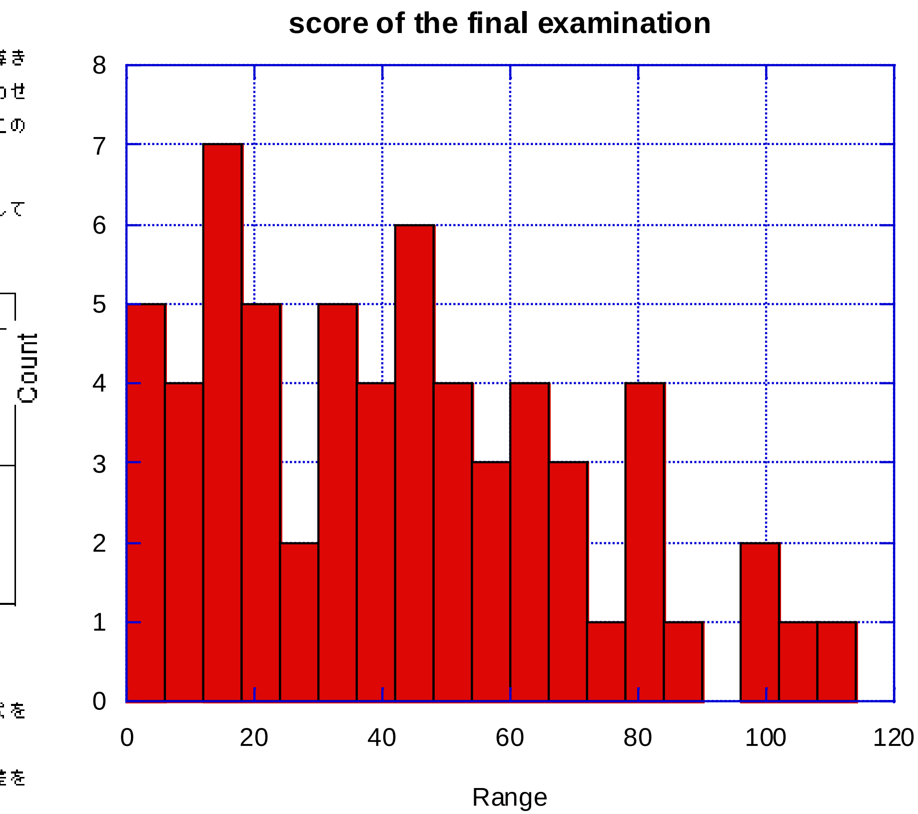
２６．　次の微分方程式に関する問題を解きなさい。

（１）$y'' - 2y' + y = 0$

（２）　$y = x\sin x$ とした時に、この関数を答えとする微分方程式で、sin 関数が陽には出ない微分方程式を作りなさい。

２７．平面波 $Ae^{i(\omega t - kx)}$ があったとする。これを３:２の振幅を持つ波に分割し、それぞれに 3/2 波長の光路差をつけて足し合わせた場合、合成波はどのような形になるか、示しなさい。

２８．屈折率 1.4 のガラスと 1.7 のガラスがあった時、ほぼ光速度の電子が通過した時に起きるチェレンコフ放射の方向をそれぞれ定量的に答えなさい。



例えば一昨年の試験問題は

電磁波工学 2017　期末試験問題

（授業 PDF のプリントアウト、ノートは持ち込み可、その他教科書などは不可。
また、電子デバイスの使用は不可です。配点は１問完答で２０点です。）

１．よく知られたスネルの法則$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$で全反射条件になると、どのような数値条件になるか答えなさい。

２．２つの直行する同じ長さのアンテナを X 軸、Y 軸に設置した場合、y＝x の方向と y=-x の方向で 2:1 になる楕円偏波を放射しようとした場合、どのようにすればいいか答えなさい。

３．z 軸に平行に置かれた双極子が、高周波でその双極子モーメントの大きさは正負に変化させた場合、それにより生じる電磁波の方向と、電場磁場の方向を図で表しなさい。特に、電場、磁場の大きさがベクトルの長さなどで反映されていることが望ましいです。

４．微分方程式$\frac{dy}{dt} = y^2 - y$を初期条件 y(0) ＝ 1 の場合に数値的に t=0 から t の 1 ステップを 2 として解く場合、Runge-Kutta 法で計算しようとすると、以下の k_1~k_4 までを求める必要がある。

$$k_1 = f(x_0, y_0)h$$

$$k_2 = f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_1}{2}\right)h$$

$$k_3 = f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_2}{2}\right)h$$

$$k_4 = f(x_0 + h, y_0 + k_3)h$$

$$k = \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

この計算の以下の表を完成させなさい。

t	y	f	h	ki(i=1~4)	k
0	1		2	k_1=	
				k_2=	
				k_3=	
				k_4=	
2				k_1=	
				k_2=	
				k_3=	
				k_4=	

５．電子レンジは 2.45GHz のマイクロ波を使用している。a[cm]×b[cm]の矩形断面導波管をこの電子レンジに接続して導波させるためには、最小で何[cm]×何[cm]の導波管が必要になるか、答えなさい。

６．導波管の損失は、導波管の金属壁の導電率が有限のために、電磁波が浸み込み、その結果ジュール加熱が起きることで、電磁波のエネルギーが熱エネルギーに変換されるために起きると考えられている。一般のオームの法則は電流密度 J と導電率σ、電場 E を用いて J＝σE であり、これによる加熱量は　加熱パワー=σE^{2}と表わされる。この式だと、導電率が高いほど加熱が大きく損失が大きくなるように思えるが、実際は壁の導電率が高くなれば損失は小さくなるはずである。この一見矛盾に見える理由は何か。なるべく定量的に答えなさい。

７．焦点距離 100mm と 200mm の薄肉レンズをそれぞれ光軸に沿って z=100mm, z=400mm のところに置いた場合、z=0mm から z 軸に平行なビームを入射した場合、2 枚のレンズ透過後にどのようなビームになるか、定量的に答えなさい。

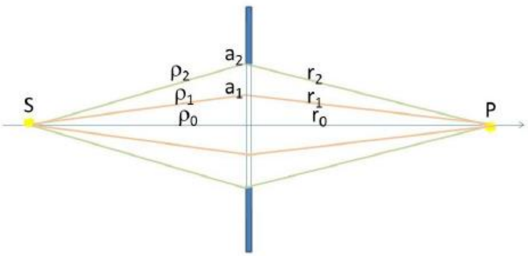
８．ある結晶で波長 1μm のレーザーが k_0 入射されたときに、1THz と 2THz のテラヘルツ波 k_{THz1}, k_{THz2} が同時に 45 度の方向に発生した場合、残りの波はどうなるのかを説明しなさい。

９．時間領域分光法（time domain spectroscopy）では、測定する電磁波を 2 つにわけ、伝播距離の差τの関数として重ね合わせた信号$f(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) * E(t+\tau)dt$を検出します。このフーリエ変換を行うと、$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau$となりますが、フーリエ変換の畳み込みの積分から$F(\omega) = E(\omega)E^*(\omega) = |E(\omega)|^2$ともとの電場のパワースペクトルになることが使われます。この時、E(t)がパルス幅 10^{-13} 秒の短い波形だとするとスペクトルはどのようになるか答えなさい。

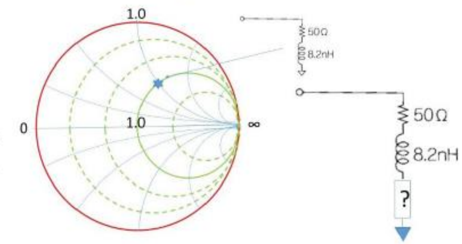
１０．　四角開口　答えなさい。

１１．　屈折率 1.5 のガラス中をほぼ光速度の電子が通過した時に起きるチェレンコフ放射の方向を定量的に答えなさい。

１２．　Fresnel Zone plate は、右図のような時に、S-P を結ぶ直線と第一輪帯（半径 a1）を通る長さρ1+r1 が波長だけずれていることだと考えられる。もし、波長 1μm で光源 S から zone plate までの距離が 1m、zone plate から像点 P までの距離が 1m の場合、第一輪帯の条件を計算しなさい。



１３．　50Ωのスミスチャート図で 50Ωと 8.2nH のインダクタンスを直列に接続した場合、右図の★のところになる。この時、インピーダンス整合をとるために、もう一つ素子を加えようとした場合、どのような大きさの何を加えればいいか、答えなさい。



１４．　伝送線路の損失について次の 2 つを答えなさい。

（１）　平行 2 線式のリボンフィーダーは、壁などに固定する場合、金属製の留め具を使わない方がいいとされています。その理由を考えて答えなさい。

（２）　平行 2 線式は同軸ケーブルに比べて高周波損失が大きいとされています。この理由を答えなさい。

１５．　第 4 世代の移動体通信の電波の周波数は 3.5GHz と言われています。今、立方体の形状でこの周波数の空洞共振器を作ろうとした場合、１辺の長さはどの程度になるか、計算しなさい。

１６．　一般に金属表面に入射面に４５度の直線偏光で光を入射すると、反射波は楕円偏光になります。この理由をなるべく定量性をもって答えなさい。

１７．　光の偏光を分けるグランテーラープリズムとウォラストンプリズムでは、材質が同じ方解石を用いていても、その偏光の分け方が異なります。それぞれどのような方法で直線偏光の２成分を分けているのか、説明しなさい。

１８．　電磁波の発生には、例えば電子などが加減速を受ける必要があると言われています。その理由を説明しなさい。

１９．　１次元の Poisson 方程式$\Delta\phi(x) = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon_0}$をグリーン関数を用いて解きなさい。

２０．　ある波動の分散関係が$\omega^2 = {\omega_p}^2 + \frac{3}{2}k^2v^2$で表されている時、遮断周波数と遮断周波数の２倍の周波数の時の波数ベクトル求めなさい。

２１．　曲率半径 r(=2f)を持つ２つの鏡を距離 d だけ離して構成した光共振器の安定条件は

$0 \le \left(1 - \frac{d}{2f}\right)\left(1 - \frac{d}{2f}\right) \le 1$となる。この範囲の中で、d＝r と 2d＝r の２つの条件での共振器内の光線がどうなるかを図示しなさい。

２２．　電磁波の発生には遅延ポテンシャルが重要だと言われています。その理由を説明しなさい。

例えば3年前の試験問題は

電磁波工学　期末試験問題

1．$\mathrm{F}=\begin{pmatrix}-x-y\\ x-y\\ 0\end{pmatrix}$というベクトル場があった場合、そのベクトルの流れ図を書いてみて、div F　と　rot F を求めなさい。

2．Gauss の定理$\int_V div\,F\,dV=\int_S F\cdot ndS$と Maxwell の方程式$\nabla\cdot \mathrm{D}=\rho$を用いて、一般的なクーロンの法則$\mathrm{f}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}$を導きなさい。

3．ある関数 φ が$\nabla^2\phi-\mathrm{a}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\phi=0$の方程式を満たすとき、波動的だとすると、$\nabla\ \ \phi-\mathrm{a}\frac{\partial}{\partial t}\phi=0$を満たす場合は、どうなるか、答えなさい。

4．ある関数 F が$\nabla^2F-a\frac{\partial^2}{\partial t^2}F$を満たしている時、それが平面波とみなせるためには、何が必要で、その場合の関数 F の形がどうなるかを説明しなさい。

5．振幅が 1:10 で周波数が同一で、伝播 k ベクトルが$k_1=-k_2$となっている２つの平面波があると、どう見えるかを説明しなさい。

6．ヒトは、ほぼ 20Hz から 20kHz までの音が聞こえると言われています。もし、1000MHz の音波を１つのスピーカーで出し、もう一つのスピーカーで別の周波数の音波を出した場合、ヒトに聞こえる信号にするには、どうしたらいいか、定量的に答えなさい。

7．波長 500nm の平面波 $\mathrm{k_1}$ とそれと同じ伝播ベクトルをもち、位相が π ずれた平面波 $\mathrm{k_2}$ があったとすると、どうなるかを説明しなさい。

8．円偏光の放射アンテナの中には、スパイラル形状のものが存在しますが、受信アンテナには直線的なアンテナ対が使われます。この理由を説明しなさい。

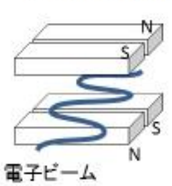
9．屈折率が異なる界面では電磁波の反射が生じます。屈折率が 1 の真空内に、屈折率が 1.25 の物質が置かれた場合の表面反射と、屈折率が 1.5 の透明液体の中にこの物質が置かれた場合の表面反射のちがいについて、定量的に説明しなさい。

１０．　一般に金属の光学屈折率は、可視域で複素数をとります。このことと、金属はその表面でよく光を反射することとの関係を考えて説明しなさい。

１１．　ウォラストンプリズムとグランテーラープリズムで偏光が判別できる仕組みを説明しなさい。

１２．　偏光解析すると、遠隔で物質を同定できる理由を説明しなさい。

１３．　クーロンポテンシャル$\varphi(\mathrm{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$で電荷量が時間的に変化する場合、なぜ電磁波的な成分が出るのかを説明しなさい。



１４．　兵庫県播磨にある X 線自由電子レーザーSACLA では、電子ビームを垂直方向の周期的に S-N が反対になっている磁場対で水平面で蛇行させて光を放射しています。この時の得られる光の偏光方向を答えなさい。（左図参照）

１５．　放射は物体や原子が光を出してエネルギーを失うのに、散乱は外部からの光がその方向を変える作用だと考えられます。なのに、どちらも同じような双極子放射で考えられる理由を説明しなさい。

１６．　クーロンポテンシャル$\varphi(\mathrm{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$で 1 つの単電荷を原点に置くとすると、その勾配のベクトル関数$\mathrm{F}=\nabla\varphi(\mathrm{r})$は原点から湧き出したような関数になります。この時、$\nabla\times\mathrm{F}$はどうなるか、計算して説明しなさい。

１７．　Lorentz gauge とは何か、説明しなさい。

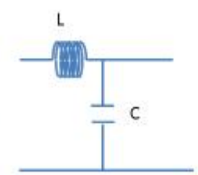
１８．　ベクトルポテンシャル A(r, t)が$\mathbf{A}(\mathbf{r},t)=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\frac{[\mathbf{J}]}{R}dv'$で与えられることがわかった時、磁束密度 B(r,t)がどのようになるのか計算しなさい。

１９．　すべての金属で、外部からの電磁波の電場の浸み込み形状が相似になる理由を説明しなさい。

２０．　微分方程式$\nabla^2\mathbf{E}-\mu_0\sigma\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}-\mu_0\varepsilon\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}=0$　の解はどうなるか、実際に計算して示しなさい。

２１．　電磁波の周波数を ω として、ある周波数 ω_0 に吸収がある場合、その低周波側では誘電率の実部が一旦上がった後に、徐々に下がる傾向を示します。このことを考えて、一般に透明な物質の可視域での屈折率はどのように波長により変化するのか、説明しなさい。

２２．　ある導体が同一の形状で同一間隔 d で 4 つ直線状に並んでいるとします。１つの導体が表面電荷 σ で荷電された時、１つとなりの導体位置では 4 A、２つ離れた位置では 2A、３つはなれたところでは 1A の電場を生じるとすると、各導体が接続され同一の電圧に印加されている場合の各導体表面上での電荷の割合を計算しなさい。



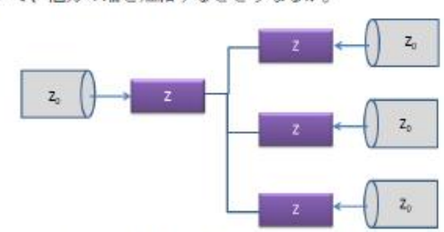
２３．　1.5V の乾電池に 50Ω のケーブルを接続した場合、電流はどうなるか。その状態で、もう片方の端を短絡した場合に、電流はどうなるか、説明しなさい。

２４．　右図のようなインダクタンス L とコンデンサ C が接続され、非常に多くこの組み合わせがつながっている場合に、

(1) L=1 μ H、C=1 μ F だとすると、この回路のインピーダンスはいくつになるか。

(2) 上の条件の時、1V を回路に印加しておいて、他方の端を短絡するとどうなるか。

２５．　右図のような結線で、ケーブル間で反射が起きないようにするには、どうしたらいいか答えなさい。



２６．　７５Ω のケーブルから 50Ω のケーブルに、反射損失を４%以下にするには、どうすればいいか定量的な計算を示して答えなさい。

⋮

例えばその前の試験問題は

電磁波工学　期末試験

（解けるものを解いてください。なお点数はすべての問題で均一ではありません。）

（1）　マクスウエルの方程式から波動方程式を解くときに、省略する項がありますが、その省略できる根拠は何か、省略できない場合は、どういう場合か、説明しなさい。

（2）　波動を示す方程式は、どのような性質を持っているか、波を自分で定義しながら説明しなさい。

（3）　真空中の平面電磁波は伝播方向に電場、磁場の成分を持たないと言われています。では、電場成分を持つ場合は、どのような場合が考えられるか、説明しなさい。

（4）　一般の平面波の方程式では、進行方向に垂直面内に電場、磁場ベクトルが存在することになっています。しかし、偏光（偏波）は式中では定義されていない場合があります。一方、直線偏光を仮定して平面波の干渉などを議論するときもあります。このように偏光を仮定しなくてはならない場合と、偏光を決めなくても議論できる波の性質について、具体的に平面波の方程式を書いて、その特徴を述べ、説明しなさい。

（5）　２つの平面電磁波を９０度の角度を持って交差させた場合の、電場強度の様子を式と図で説明しなさい。

（6）　時間軸でわずかに違う２つの周波数 ω_1, ω_2 の平面電磁波を同一方向で重ね合わせると、どうなるか、説明しなさい。

（7）　波長 0.1 [nm]のＸ線が、2×10^{18} [Hz]で振動している時と、波長 300 [μm]の THz 波が 5×10^{11} [Hz]で振動している場合、どちらの位相速度がどのくらい速いか示しなさい。またそれぞれの波に対するこの伝播している媒質の屈折率はどう違うか答えなさい。

（8）　円偏波用のアンテナが、スパイラルな形でなくても可能な理由を、式を用いて説明しなさい。

（9）　金属と誘電体で、偏光反射率はどう違うのかを説明しなさい。

（１０）グランテーラープリズムを設計する際に注意すべきことは何か、説明しなさい。

（１１）電磁波の偏光（偏波）を回転させるためには、どのようにすればいいのか、具体的に述べなさい。

（１２）単電荷がある場合の静電ポテンシャルの式 $\phi(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$ を用いて、この電荷量 q が時間で変化した場合に、なぜ静電場では無かった電磁波が出ることになるのか、説明しなさい。

（１３）電荷が運動した結果、電磁波が放射されるモデルでは、遅延時間の項が式の中で現れます。一方、電荷位置が止まったままで電荷量が時間変動することで電磁波が放射されるモデルでも遅延時間の項が出てきます。両者の違いを述べなさい。

iechert Potential の式では、静電場のポテンシャルの式において、距
がかかったような形になっています。この理由を説明しなさい。
ť子エネルギーの最大値は何によって決まるのか、説明しなさい。

$\mathrm{E}+\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial t}$ の値は、スカラーポテンシャルで記述できることを示しな

ージとはどんなもので、このゲージを仮定すると、どのような利点が
しなさい。

程式、$F(y'', y', y, x)=g(x)$があった場合、この解は

$dx' G(x,x')g(x)$の形になることを説明しなさい。ただし、ここで

境界条件でのグリーン関数をあらわすものとします。

$\sigma\frac{\partial E}{\partial t}-\mu_0\varepsilon\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}=0$のような電場の１次の項を含む電磁波の伝播

れた場合、一般的な解はどうなるか説明しなさい。

波が吸収される過程と、誘電体に吸収される過程の違いを説明しなさ

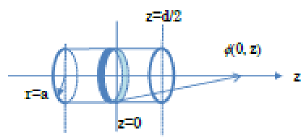
波が侵入する電場の様子が、どの金属でも同じようになる理由を述べ

程式$\nabla^2=-\rho/\varepsilon_0$を Green 関数を用いて解く方法について説明しなさ

を r_s、観測点を r_0 として電荷を含む閉空間面Ωの表面の積分

$\left(\frac{1}{4\pi|r_0-r_s|}\right)dS$ は、表面での電気双極子の透過的な積分量であるこ
さい。

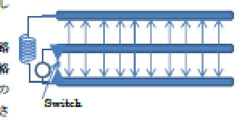
半径 a、長さ d の金属棒で一様に表面電荷σが存在しているとして、その軸上のポテンシャル$\phi(0,z)$が$\sigma f(z)$で与えられる時、長い電極を考えた場合の電荷分布を解く場合、５分割した電極として考え、モーメント法を適応すると、どのように解放すればいいのか、説明しなさい。



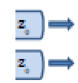
（２５）伝送線路において、単位長さあたりのインダクタンス、容量を L, C とする時に、

になることを説明しなさい。
ブルに、75Ωのインピーダンスを接続した場合、そこ
なるか計算し

型の伝送線路
の位置で短絡
開放端でどの
を説明しなさ



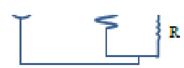
ーダンスを持つケーブルの信号を、下流側で２つのケーブルに分岐させる場合、反射を起こさせないようにするためには、図中の３つの素子をどのようにすればいいのか、説明しなさい。



波で、Z 方向に伝播する波で電場の Z 成分がない場合、
し、ω は角周波数、c は光速度）として、以下の式で与
なるのか説明しなさい。

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2}+\left(k_0{}^2-k^2\right)H_z=0$$

合、その共振はどうなるのか説明しなさい。
この場合、電源からの電流を I、L 側、C 側に分流される電流を I_1, I_2 として回路方程式を作り、電流を$e^{-i\omega t}$の時間関数になるとして考えてみるとよいでしょう。



(31)　a = 5 [cm], b = 5 [cm], c = 10 [cm]の直方体の空洞共振器があった場合、その共鳴周波数はいくつになるか、低次のモードについて具体的に計算しなさい。

(32) 50Ωの特性インピーダンスを持つケーブルに、1kV を印加して、片方の端を短絡させた場合、どのような現象が起きると考えられるかを定量的に説明しなさい。

(33) 矩形導波管の場合の、分散特性はどのようになるかを説明しなさい。

(34) 出力インピーダンスが 100kΩのパルス発生器からパルス幅 10ns の１Ｖの信号を 1m の 50Ωのケーブルを通し、1MΩの入力インピーダンスのオシロスコープに接続した場合、

波形になるのか説明しなさい。
で透過率が 1-R の鏡を２枚、間隔を L 離して平行に設置し、光を外部から垂
場合、内部の電界は、どのようになるのかを説明しなさい。振幅反射率を r, 振
として、波長をλと仮定し、L の距離を往復した場合の位相を 2π×2L/λとし
いでしょう。
振幅反射率と振幅透過率を足すと、必ずしも１にならない理由を説明しなさ

高い反射率の鏡２枚で構成される Fabry-Perot 共振器において、条件により
って光が通過することが起きる理由を説明しなさい。
間隔で２枚の鏡を平行においた場合、free spectral range はいくつになるか、

15 [cm]のレンズと焦点距離-20 [cm]のレンズを距離 10 [cm]の間隔をあけて
合成光学系はどのようなものかを光線行列を使って示しなさい。
5 [cm]、10 [cm]のレンズを交互に並べて光をレンズ列内に閉じ込めるために
いいか、光線行列を使って説明しなさい。
ンデックス型の光ファイバーで、コアの屈折率が 1.4、クラッドの屈折率が
う場合、入射角度にどのような制限がつくのか説明しなさい。
共振器に必要な鏡の曲率の条件を説明しなさい。
ーに光を入射させる時の注意点について説明しなさい。
径が単一モードより数倍以上大きいステップインデックス型のマルチモード
ーにおいて、一番低次の基本モードだけの出力光を得るためには、どうした
明しなさい。
テラヘルツ波の素子表面の出力強度限界について説明しなさい。
アンテナから波として加算された電磁波を放射させる場合の注意点につい
さい。
パルス幅を持つ波長 2 [μm]のレーザー光のスペクトル幅は、どの程度になる
い。
コフ放射の特徴について説明しなさい。

(49)　半平面を遮す障害物に単色の平面波が垂直に入射した場合のエッジの回折に縞が現れる理由について説明しなさい。

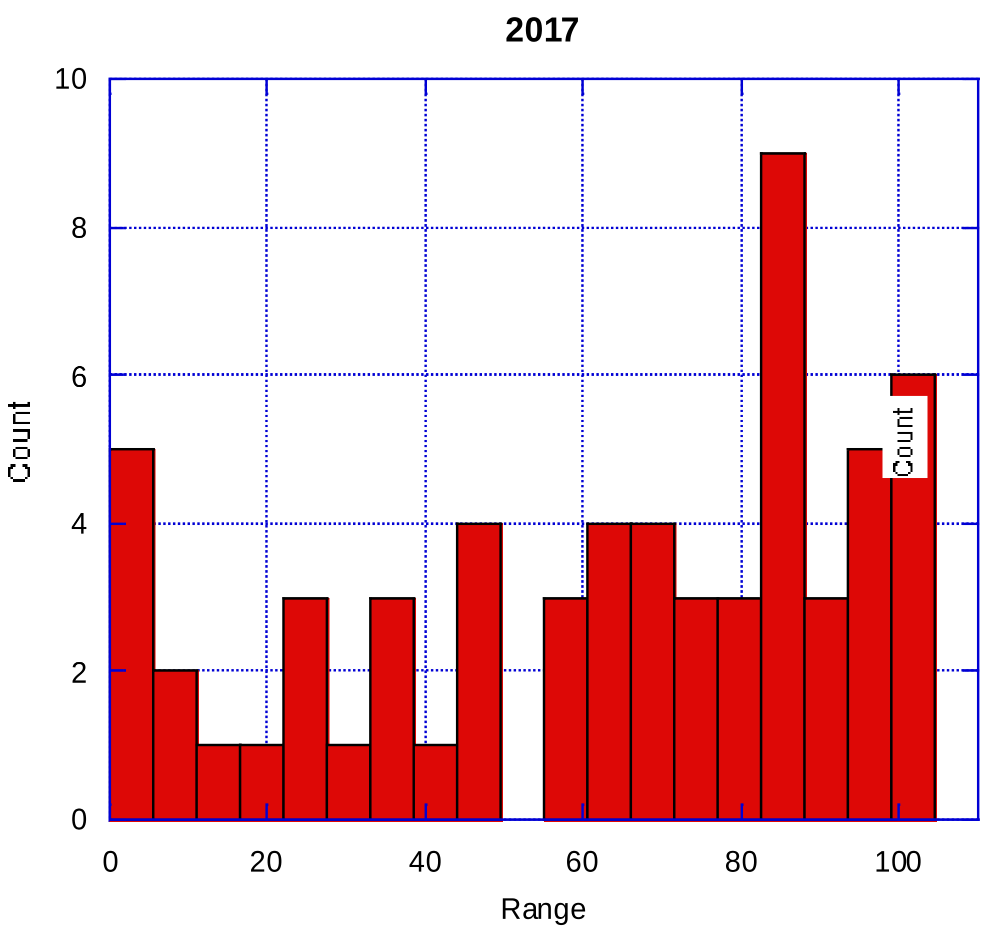
(50)　円形開口の Fraunhofer 回折が Bessel 関数になることを説明しなさい。

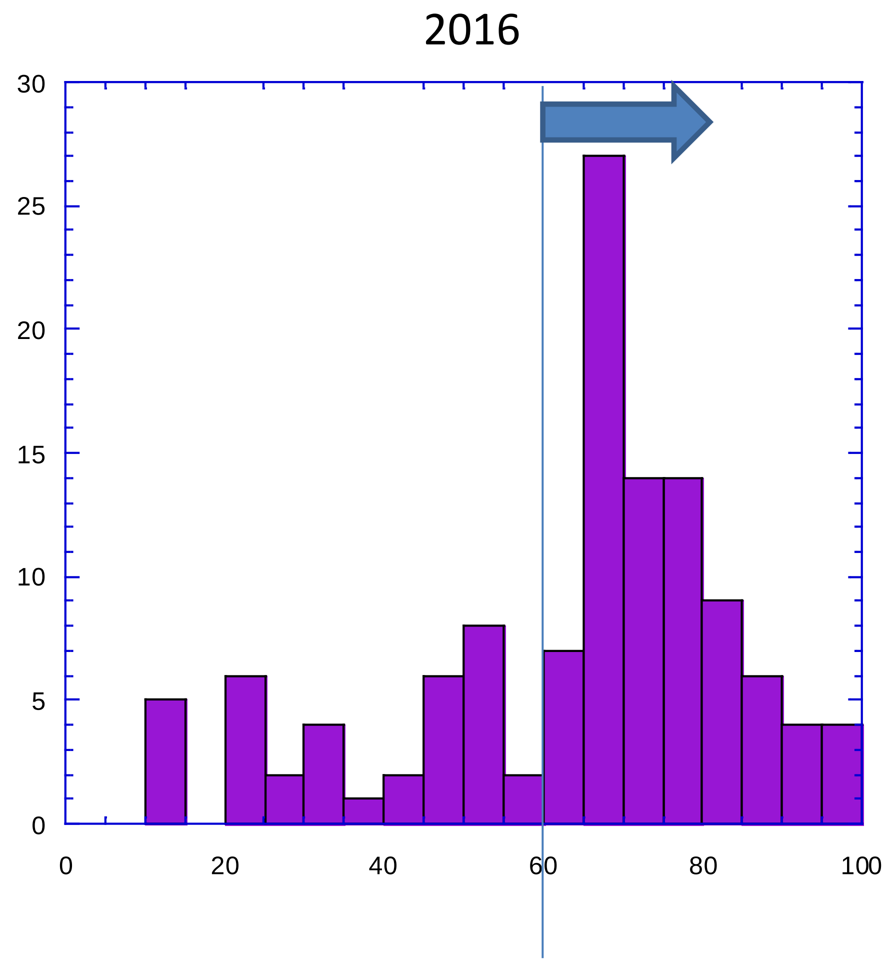
(51)　Fresnel 回折と Fraunhofer 回折の違いについて説明しなさい。

(52)　波長 500 [nm]用に、焦点距離 50 [cm]のフレネルレンズを光軸に対して中心対称で製作した場合、第一輪体、第二輪体の直径を求めなさい。

(53) Fresnel 積分は積分範囲の上限を∞にしてやると 1/2 になります。実際の矩形開口の Fresnel 回折において、このことはどのような状況を意味しているのか、説明しなさい。

最終成績分布　2017～2016年度





いままでの授業との関係

電磁気学および演習

電磁気学第一 → **波動と光** → **電磁波工学**

電磁気学第一

第１回：磁場中の電流に働く力、運動する荷電粒子に働く力
第２回：電流のつくる磁場
第３回：電磁気の単位, 磁気双極子
第４回：アンペールの法則 (積分形)
第５回：アンペールの法則 (微分形)
第６回：ベクトルポテンシャル
第７回：電磁誘導の法則
第８回：自己インダクタンス、相互インダクタンス，静磁場のエネルギー
第９回：中間試験とその解説
第１０回：変位電流、マクスウェルの方程式
第１１回：波動方程式、電磁波
第１２回：電磁波（平面波）とその伝播
第１３回：電磁場のエネルギー，ポインティングベクトル
第１４回：誘電体中の電場
第１５回：磁性体と物質中のマクスウェルの方程式

波動と光

第1回 単振動
第2回 連成振動、基準振動
第3回 1次元波動方程式
第4回 弦、弾性体、流体中の波
第5回 正弦波
第6回 波のエネルギー
第7回 波の反射と透過
第8回 分散と群速度
第9回 中間テストと解説
第10回 電磁波と光(偏光、屈折などを含む)
第11回 光線行列を用いた光学系の数学的記述 第12回 結像の法則
第13回 光の干渉・回折(1)
第14回 光の干渉・回折(2)
第15回 まとめ

電磁波工学

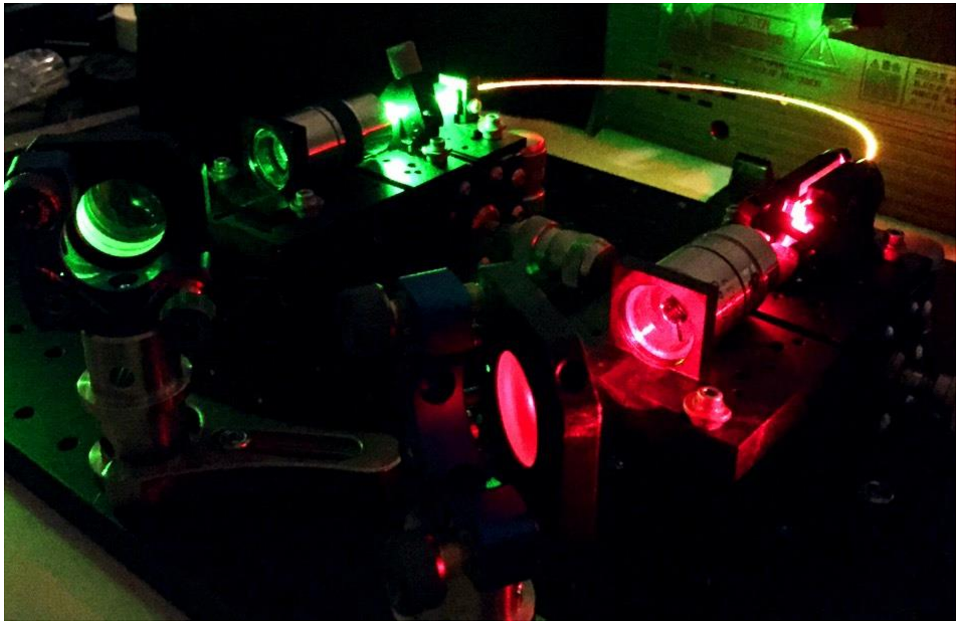
(01)電磁気学のおさらい
(02)マクスウェルの方程式
(03)平面波（波動方程式，定在波）
(04)偏光（利用も含む）
(05)電磁波の発生
(06)アンテナ
(07)媒質中の伝播
(08)Green関数
(09)境界要素、モーメント法
(10)分布定数的なモデル
(11)共振器
(12)光共振器
(13)光ファイバー
(14)テラヘルツ波
(15)まとめ

この授業では電磁波を取り扱います。

波長が>cm

電波

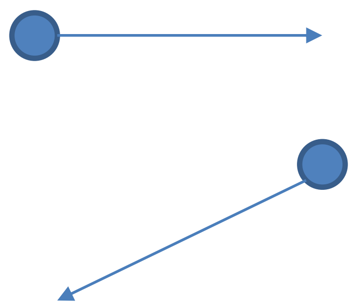
波長が<1μm



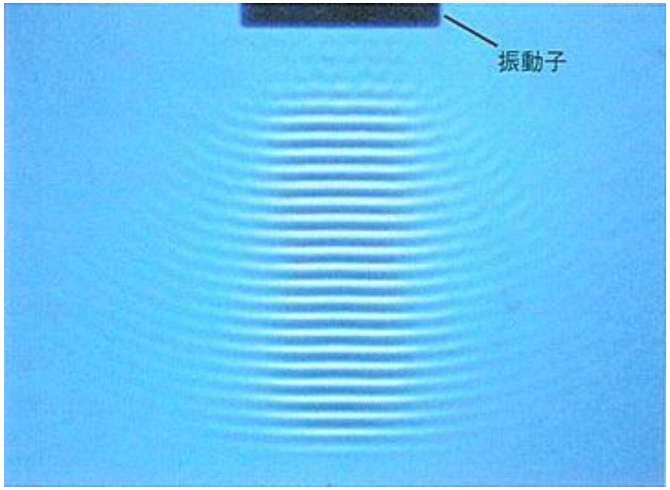
光波

光の粒子性と波動性

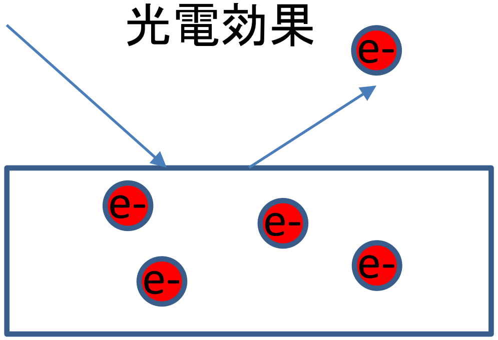
粒子性

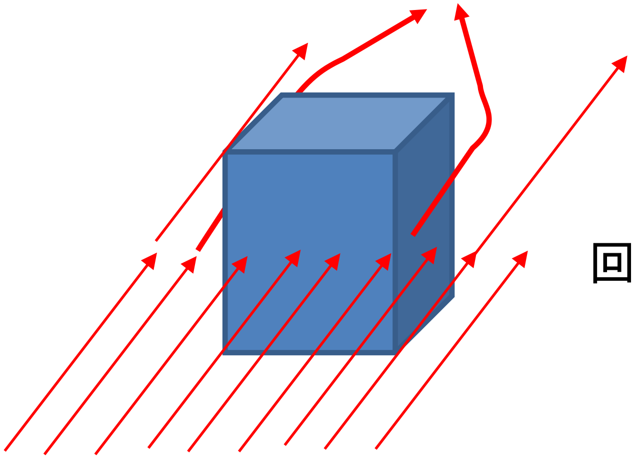


波動性



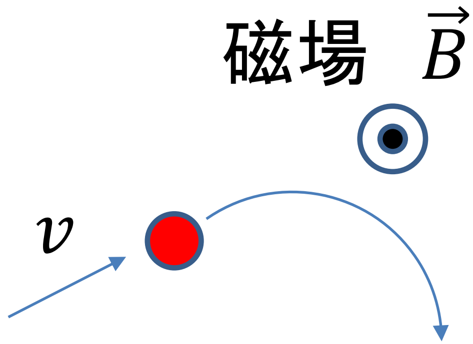
光電効果





回折効果

数学的知識も必要です。



$$\vec{\boldsymbol{F}} = \boldsymbol{q}\vec{\boldsymbol{v}} \times \vec{\boldsymbol{B}}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{v_0} + q\int \vec{v} \times \vec{B}dt$$

特にベクトル演算、微分積分

おさらいチェック

電磁気学

Maxwell 方程式

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$

磁荷

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho$$

電荷

Poisson 方程式 $\Delta\phi = -\dfrac{\rho}{\epsilon_0}$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

Faraday 電磁誘導 の法則

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$

Ampere の法則

$$\oint_C \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = \int_S \boldsymbol{j} \cdot d\mathbf{S} = I$$

波動方程式

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu}\nabla \times E\right)+\frac{1}{c}\nabla \times \dot{H} \dot{=} 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\ \nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu}\nabla \times E\right)+\frac{\varepsilon}{c^2}\ddot{E} = 0$$

$$\mathrm{D} = \varepsilon \mathrm{E}$$

$$\nabla \times (u\mathbf{v}) = u\nabla \times \mathbf{v} + (\nabla u) \times \mathbf{v}$$

$$rot\ rot = grad \cdot div - \nabla^2$$

$$\nabla^2 E - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\ddot{E} + (grad \cdot log\mu) \times rot\ E - grad\ div\ E = 0$$

$$\varepsilon\ \mathrm{div}E + E \cdot grad\ \varepsilon = 0$$

$$\nabla^2 E - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\ddot{E} + \cancel{(grad \cdot log\mu)} \times rot\ E - grad\ (E \cdot \cancel{grad\ log\varepsilon}) = 0$$

$$\nabla^2 E - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\ddot{E} = 0$$

スタート

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \qquad \nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$

仮定

$$rot\, rot = grad \cdot div - \nabla^2 \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathrm{E} \Rightarrow grad \cdot div\mathrm{E} \Rightarrow grad \cdot \frac{\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow 0$$

$$1/c^2 = \varepsilon_0 \mu_0$$

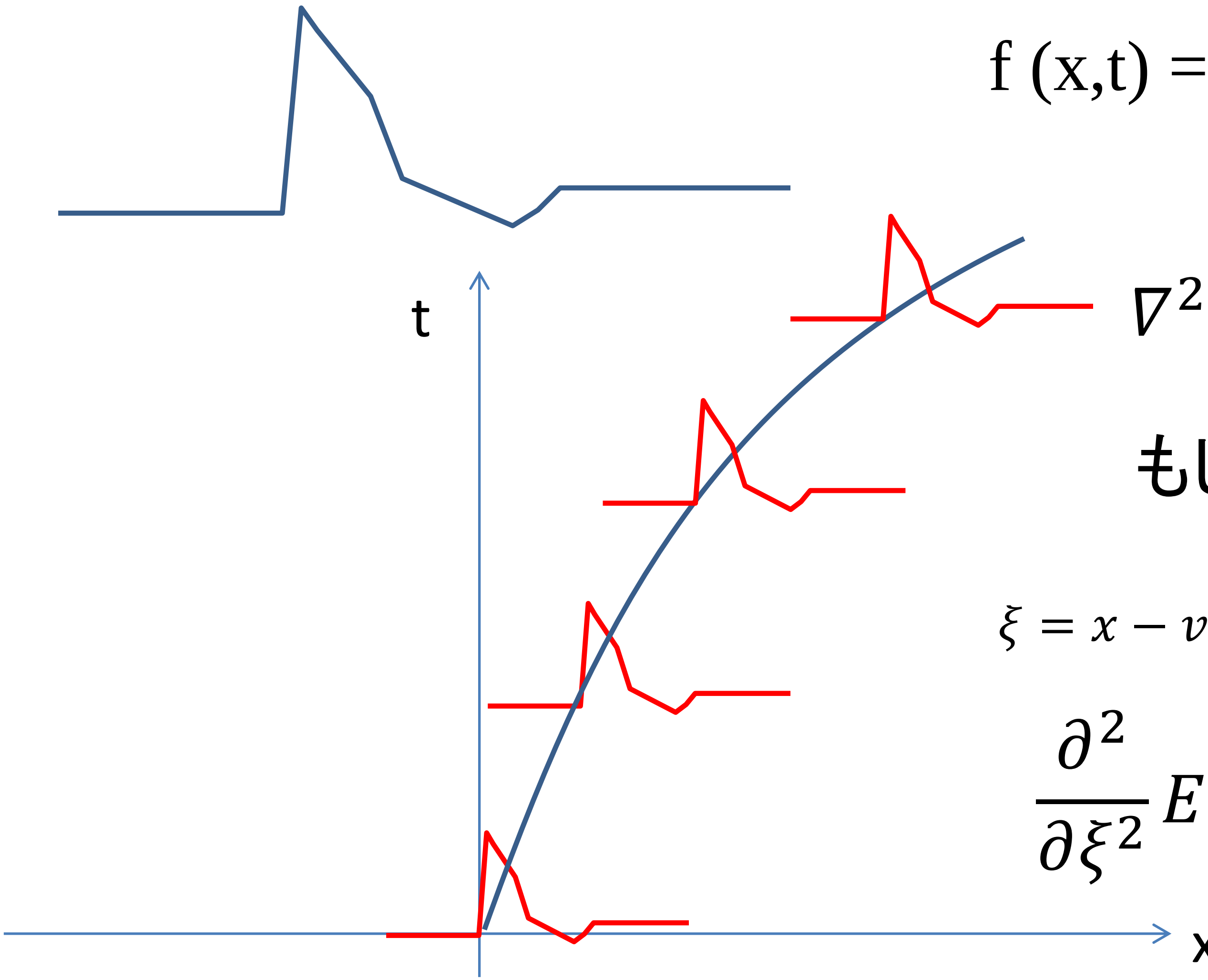
$grad\ log\varepsilon$ = > 0

結果

$$\nabla^2 E - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\ddot{E} = 0$$

これを波動方程式という。？

$\nabla^2 E - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\ddot{E} = 0$ が、なぜ波動であることがわかるのか



f (x,t) = f(x-vt) と仮定してみると

$$\nabla^2 E - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\ddot{E} = 0$$

もしE=E(x-vt)

$$\xi = x - vt, \qquad d\xi = dx, d\xi = -v dt$$

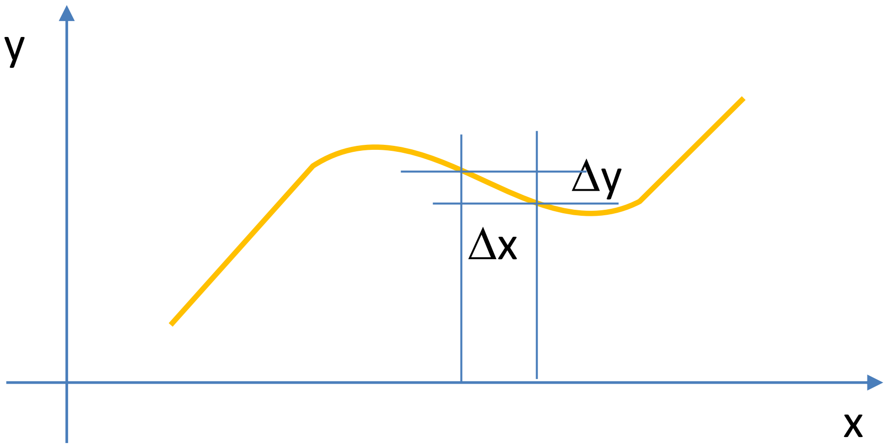
$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2}E - \frac{\epsilon\mu}{c^2}v^2\frac{\partial^2}{\partial \xi^2}E = 0$$

1変数の方程式になる

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

電磁波工学などの物理では、微分方程式が使われる

そもそも、微分方程式はなんで微分で書かれるか？

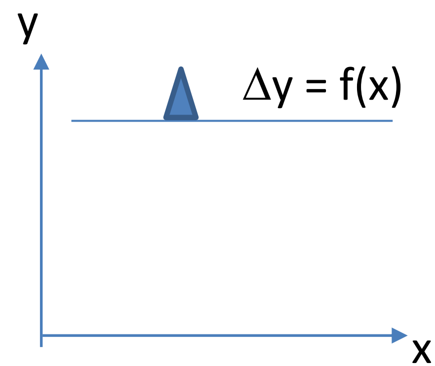


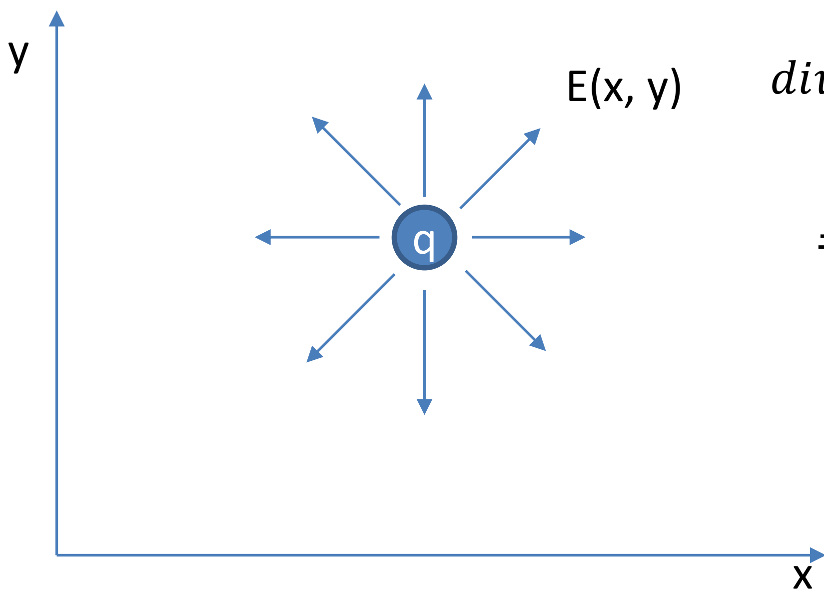
$$\Delta y = f(x, y)\Delta x$$

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

$$y = \int dx\, f(x, y)$$

摂動





$$divE(x, y) = \frac{q(x, y)}{\varepsilon_0}$$

ガウスの発散定理

もし1次元問題（$d/dy = 0$）なら

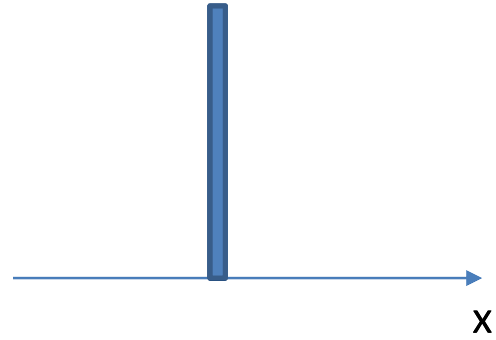
$$\frac{dE(x)}{dx} = \frac{q(x)}{\varepsilon_0}$$

$$E(x) = \int dx \frac{q(x)}{\varepsilon_0}$$

この積分はできる？

$$E(x) = \int dx \frac{q(x)}{\varepsilon_0}$$

$$if\ q(x) = q\delta(x),$$



$$E(x') = E_{-\infty} + q\int_{-\infty}^{x'} dx\delta(x) = E_{-\infty} + qH_0(x)$$

δ関数の微分はStep関数
（ヘビサイド関数）

$$E(x) = \begin{array}{ll} E_{-\infty} & x < 0 \\ E_{-\infty} + q & x > 0 \end{array}$$

よくある数学の問題　以下の微分方程式を解きなさい。

$$y'' - 2ay' + (b^2 + a^2)y = 0$$

特性方程式

$y = e^{tx}$　として、　$t^2 - 2at + (b^2 + a^2)$

解の公式

$$t = a \pm \sqrt{a^2 - (b^2 + a^2)} = a \pm bi$$

一般解

$$y = Ae^{(a+bi)x} + Be^{(a-bi)x}$$

めでたく、数学の試験では解ける

微分方程式は、解く前に作れないとだめ

$$y = Ae^{ax}\cos bx$$

$$y' = Aae^{ax}\cos bx - Abe^{ax}\sin bx$$

$$y'' = Aa^2e^{ax}\cos bx - Aabe^{ax}\sin bx - Aabe^{ax}\sin bx - Ab^2e^{ax}\cos bx$$

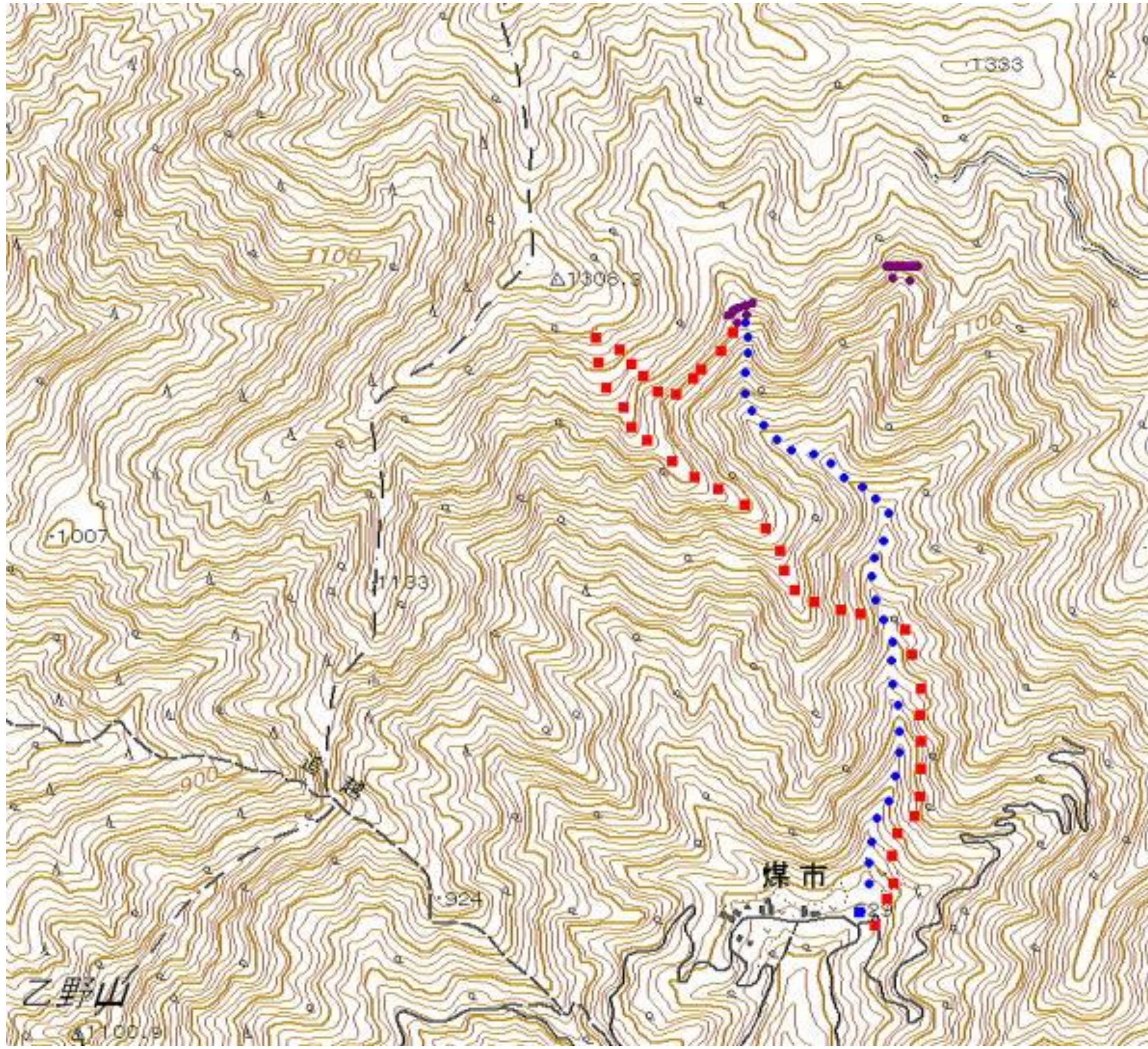
$$y' - Aae^{ax}\cos bx = y' - ay = -Abe^{ax}\sin bx$$

$$y'' = a^2y + 2a(y' - ay) - b^2y$$

$$y'' - 2ay' + (b^2 + a^2)y = 0$$

ベクトル演算・解析も電磁波工学の特徴
物理的な意味？

スカラーポテンシャルΦ



gradient $\nabla \phi$

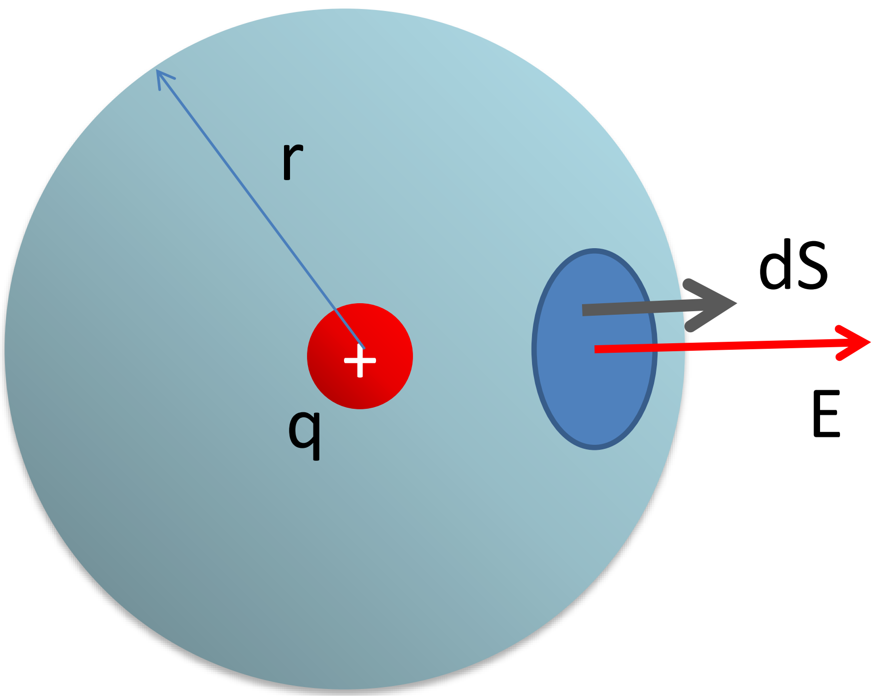
divergence $\nabla \cdot \phi$

rotation $\nabla \times \phi$

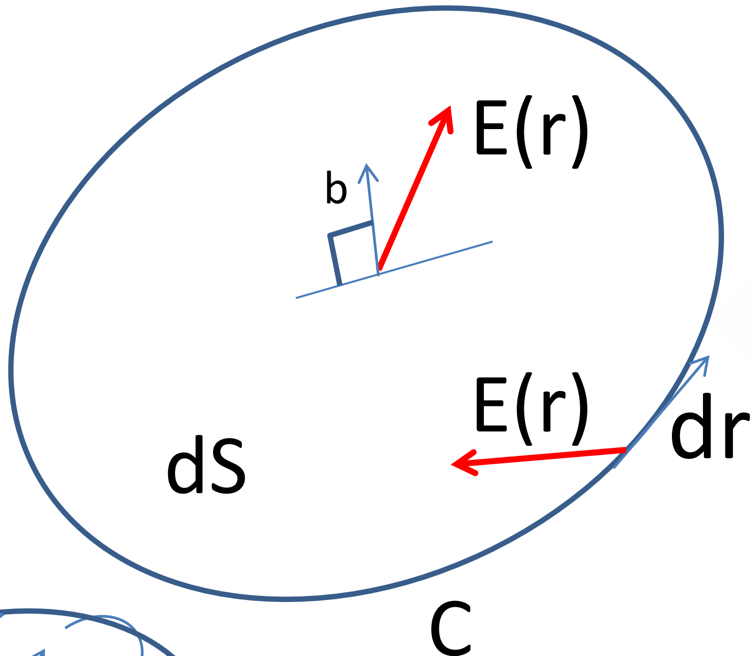

乙野山

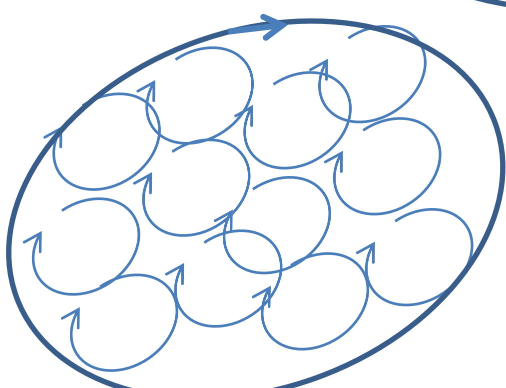
いくつかの数学的な定理（ベクトルと積分定理）

Gaussの定理 $\int divBdV = \int B \cdot ndS$



Stokesの定理 $\int_S \nabla \times E \cdot b dS = \int_C E \cdot dr$





積分定理


１７７７－１８５５

Gaussの定理 $\int divBdV = \int B \cdot ndS$


1819－1903

Stokesの定理 $\int \nabla \times E \cdot bdS = \int E \cdot dr$

Greenの定理

$$\iint_D \left(\frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y}\right) dxdy = \int_C (fdx + gdy) = \int_C \left(f\vec{e}_i + g\vec{e_j}\right) \cdot \overrightarrow{dr}$$

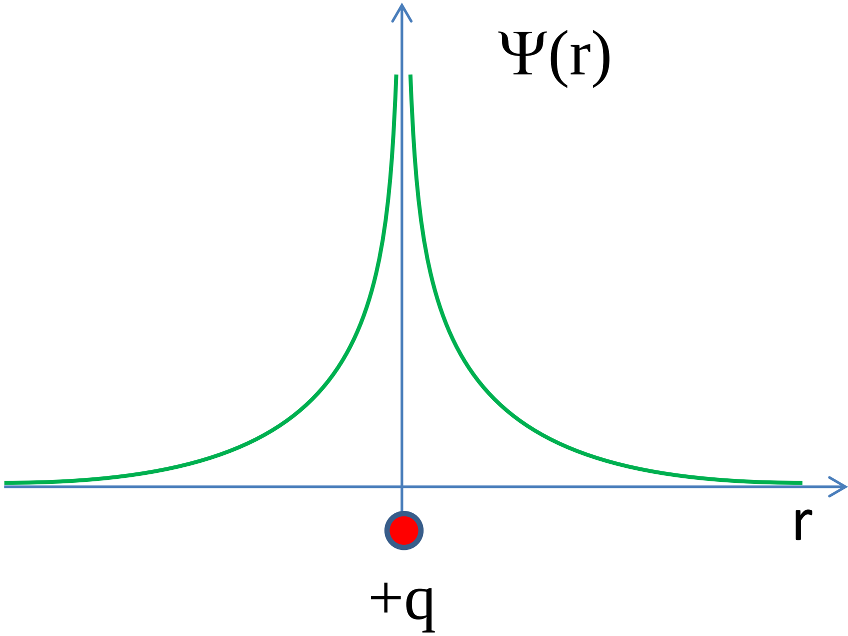

1793－1841

Gaussの発散定理 $\int_S n \times FdS = \int_V \nabla \times FdV$

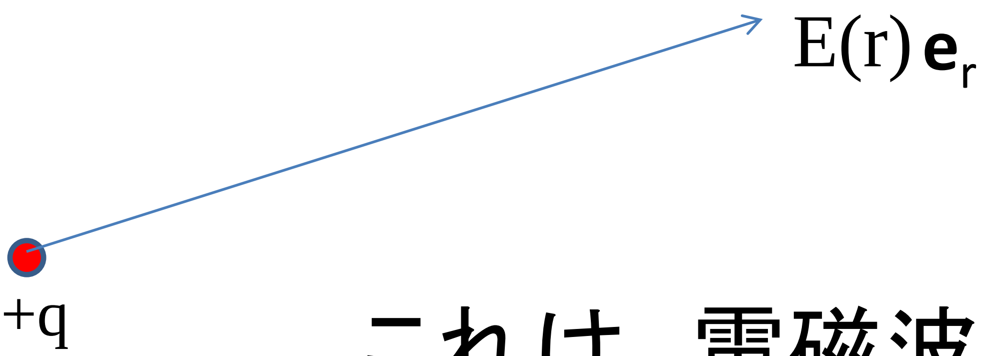
電磁波はなぜ出る？
静電場と何が違う？

静電場

$$\psi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$



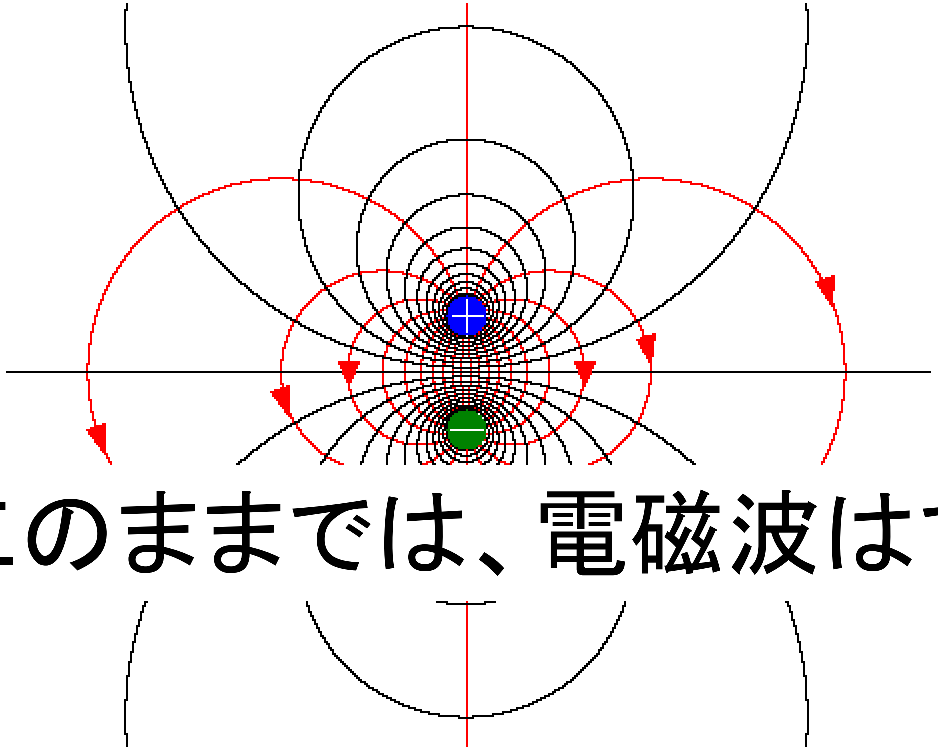
$$E(r) = -\nabla\psi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\mathbf{e}_r$$



これは、電磁波ではない

電気双極子放射というのがあるが

電気双極子



このままでは、電磁波はでない

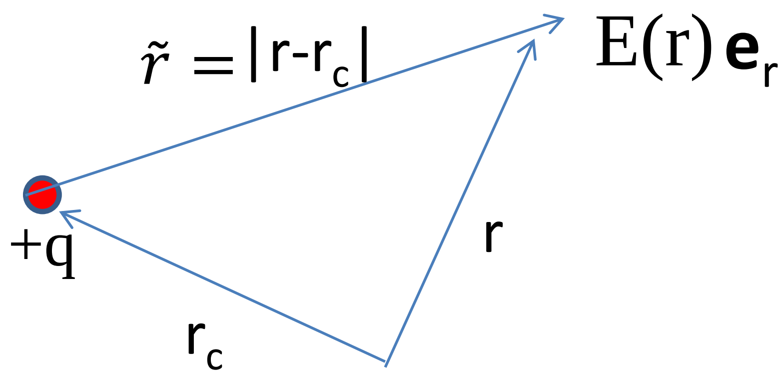
ところが

電荷量が変動すると

$$\psi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

1. $\Psi(r) \Rightarrow \Psi(r,t)$
2. q(r_c) => q(r_c, t-|r-r_c|/c)

遅延ポテンシャル
retardation



$$\Psi(r,t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q(t-\frac{\tilde{r}}{c})}{\tilde{r}}$$

この場合もE(r, t)は、$-\nabla\Psi(r,t)$ で計算可能

電荷量が<u>変動</u>すると(cont.)

遅れ時間

$$E(r,t) = -\nabla\Psi = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\nabla\frac{q(t-\frac{r}{c})}{r}$$

$$= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial q\left(t-\frac{r}{c}\right)}{\partial r} - \frac{q\left(t-\frac{r}{c}\right)}{r^2}\right)\mathbf{e}_r$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\frac{\partial\left(t-\frac{r}{c}\right)}{\partial r}\frac{\partial q\left(t-\frac{r}{c}\right)}{\partial\left(t-\frac{r}{c}\right)} + \frac{q(t-\frac{r}{c})}{r^2}\right)\mathbf{e}_r$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\dot{q}}{cr} + \frac{q(t-\frac{r}{c})}{r^2}\right)\mathbf{e}_r$$

遠方まで続く解

2つの考えかたがある

Maxwellの4つの方程式から波動方程式

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$
$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho$$
$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$
$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \quad \nabla^2 E - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\ddot{E} = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{電磁波}$$

波動方程式

Lorentz gaugeにおける電磁波の取り扱い

$$\mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \nabla^2 A = \mu_0 J$$
$$\mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \nabla^2 \Phi = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

スカラーポテンシャル Φ
ベクトルポテンシャル A

これらが伝播している

この考えの基礎にあるのは、$\nabla \times \mathbf{F} = 0$、ならば$\mathbf{F} = \nabla f$という数学的な考え

ベクトル関数　　スカラー関数

まとめ

- この授業は、電磁気学第１、第２でやってきたことの先にあります。（前に習ったことは思い出して）
- 数学の知識（ベクトル演算、微分積分）も必要です。（ただしこれもどこかではやったはず）
- さらに電磁波に関する新しい考え方が出てきます。（電磁波の発生、伝播、散乱などを記述するには必要）
- 工学なので、技術的なもの取り上げます。